



Рисунок 1.

Задача 1.

Вариант 2.

Исходные данные к задаче приведены в таблице (углы заданы в градусах). Отметим, что цилиндры в вариантах, где $A = 1-3$, а также $A = 10, 12, 15$ и $B = 2, 3, 7, 9, 11, 12, 13, 17, 19, 22$, считать однородными с радиусом R (при этом первый столбец значений для R относится к группе тел "А", второй - к группе тел "В"). В данных задачах радиусы инерции катушек принять равными $0,7 \cdot R$. В соответствии со значениями A и B составить из групп тел "А" и "В" и изобразить на бумаге единую механическую систему. Составить ее уравнения движения и определить из них угловое ускорение тела 1.

Дано: $m_1 = m_2 = 4 \text{ кг}$, $m_5 = 2 \text{ кг}$, $g \approx 9.81 \text{ м/с}^2$, $R_1 = 0.68 \text{ м}$, $R_5 = 0.476 \text{ м}$, $\alpha = 0^\circ$,

$M = 18 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Определить: $\varepsilon_1 - ?$

Решение.

Применим теорему об изменении кинетической энергии системы в дифференциальной форме:

$$\frac{dT}{dt} = \sum_{k=1}^n N_k^e + \sum_{k=1}^n N_k^i. \quad (1)$$

Мощность внутренних сил $\sum_{k=1}^n N_k^i = 0$, определим кинетическую энергию системы:

$$T = T_1 + T_4 + T_5, \text{ где}$$

$T_1 = 0.5 * J_1 * \omega_1^2 + 0.5 * m_1 * V_C^2$ - кинетическая энергия цилиндра 1, совершающего

вращательное движение;

$T_4 = 0.5 * m_4 * V_4^2$ - кинетическая энергия ползуна 4, совершающего

поступательное движение;

$T_5 = 0.5 * m_5 * V_C^2$ - кинетическая энергия катушки 5, совершающей

плоскопараллельное движение

Величины ω_5, V_4, V_C выражаем через угловую скорость ω_1 :

Так как нить нерастяжима:

$$V_4 = \omega_1 * 0.68;$$

$$\omega_5 = V_4 / (R_5) = \omega_1 * 0.68 / (0.476) = \omega_1 * 0.38 / 0.3636 \approx 1.45 * \omega_1;$$

$$V_C = \omega_5 * R_5 = 1.45 * \omega_1 * 0.476 \approx 0.6902 * \omega_1;$$

Момент инерции тел 1 и 5, относительно осей вращения:

$$J_1 = 0.5 * m_1 * R_1^2 = 0.5 * 4 * 0.68 * 0.68 = 0.9248 \text{ кг} * \text{м}^2;$$

Получаем выражения кинетических энергий тел:

$$T_1 = 0.5 * J_1 * \omega_1^2 + 0.5 * m_1 * V_c^2 = 0.5 * 0.9248 * \omega_1^2 + 0.5 * 0.68 * 0.6902 * 0.6902 \omega_1^2 = 0.624 \omega_1^2;$$

$$T_4 = 0.5 * m_4 * V_4^2 = 0.5 * 5 * 0.68 * \omega_1^2 = 17 * \omega_1^2;$$

$$T_5 = 0.5 * m_5 * V_c^2 = 0.5 * 2 * 0.6902 * \omega_1^2 = 0.6902 \omega_1^2$$

Кинетическая энергия всей системы:

$$T = T_1 + T_4 + T_5 = 0.624 \omega_1^2 + 17 * \omega_1^2 + 0.6902 \omega_1^2 = 18.31 \omega_1^2$$

Итак, кинетическая энергия всей системы:

$$T \approx 18.31 \omega_1^2;$$

Определяем мощность внешних сил, действующих на механическую систему

$$N(P_5) = P_5 * \sin \alpha * V_c = 0;$$

$$N(M) = M * \omega_1 = 18 * \omega_1;$$

Мощность всех остальных внешних сил равна 0, так как точки их

приложения неподвижны.

$$\sum_{k=1}^n N_k^e = \vec{N}(M) + \vec{N}(P_5);$$

$$\sum_{k=1}^n N_k^e = N(M) - N(P_5) = 18 * \omega_1;$$

$$\sum_{k=1}^n N_k^e \approx 25.103 * \omega_1;$$

$$T \approx 18.31 * \omega_1^2;$$

$$dT/dt = d(18.31 * \omega_1^2)/dt = 18.31 * 2 * \omega_1 * d\omega_1/dt \approx 1.1576 * \omega_1 * \varepsilon_1;$$

Приравнивая левую и правую части теоремы (1), получим:

$$36,62 * \omega_1 * \varepsilon_1 = 18,31 * \omega_1;$$

$$\varepsilon_1 = 18,31 / 36,62 \approx 0,5 c^{-2};$$

Ответ: $\varepsilon_1 \approx 0,5 c^{-2}$.